

Table des matières

1 Révisions de première année	1
2 Interférences à deux ondes	2
3 Fentes et trous d'Young	4
4 Interféromètre de Michelson	6
5 Pour aller plus loin : Principe de Fermat	8
6 Pour aller encore plus loin : interférences à N ondes	9
7 Pour aller toujours plus loin...	11

1 Révisions de première année

Exercice 1 - Détecteur de pluie :

Un détecteur automatique de pluie est composé d'un laser et d'un détecteur d'intensité lumineuse incrustés dans du plexiglas d'indice optique $n_p = 1.50$ accolé au verre du parebrise dont l'indice optique est $n_v = 1.52$. Le laser émet un faisceau lumineux en direction de l'interface entre le parebrise et l'extérieur avec un angle d'incidence $\theta = 45.0^\circ$. On note $n_e = 1.33$ l'indice optique de l'eau. L'indice optique de l'air est supposé égal à 1.00.

1. Montrer qu'en l'absence de pluie sur le parebrise, il y a réflexion totale du faisceau laser à l'intérieur du verre du parebrise.
2. On suppose qu'une goutte de pluie se dépose en I . Existe-il un rayon réfracté en ce point ?
3. Comment la mesure de l'intensité lumineuse permet de détecter la présence de pluie ? Est-il possible grâce à ce système de moduler la vitesse des essuie-glaces en fonction de la quantité de pluie sur le parebrise ?

Exercice 2 - Réfractomètre : En chimie, une des méthodes de caractérisation d'un liquide est la mesure de son indice de réfraction grâce à un réfractomètre. Dans cet appareil, une goutte de liquide d'indice n_ℓ inconnu est déposée à la surface d'un bloc de verre d'indice $n_v = 1.50$ (figure 2). L'indice de l'air est supposé égal à 1.

Un rayon lumineux est envoyé dans le système et on repère l'angle de sortie θ pour lequel il y a réflexion totale à l'interface entre la goutte et le bloc de verre.

1. Exprimer l'angle limite de réflexion totale i_ℓ en fonction de n_ℓ et n_v .
2. En déduire l'expression de n_ℓ en fonction de n_v et θ .
3. Faire l'application numérique pour $\theta = \pi/6$.
4. Quel est l'indice n_ℓ maximal pouvant être mesuré ?

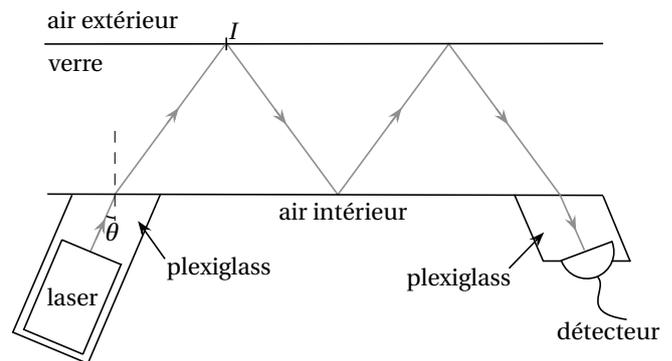


Fig. 1 – Détecteur de pluie.

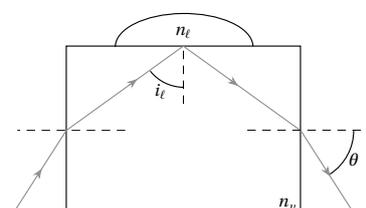


Fig. 2 – Principe d'un réfractomètre

Exercice 3 - Introduction au microscope : Un microscope simplifié est constitué de deux lentilles minces convergentes : une lentille d'entrée L_1 (objectif) et une lentille L_2 (oculaire). Leurs distances focales respectives sont $f'_1 = 5 \text{ mm}$ et $f'_2 = 20 \text{ mm}$. La distance Δ séparant le foyer image de L_1 et le foyer objet de L_2 est appelé intervalle optique. On prendra ici $\Delta = \overline{F'_1 F_2} = 17 \text{ mm}$. Le microscope est réglé de manière à limiter la fatigue visuelle de l'utilisation : l'image $\overline{A'B'}$ définitive doit donc se situer à l'infini. L'œil de l'observateur est proche du foyer image de l'oculaire.

1. En utilisant les relations de conjugaison, déterminer la position de l'objet à observer.
2. Faire une construction géométrique soignée pour un objet \overline{AB} perpendiculaire à l'axe optique et tracer la marche d'un faisceau lumineux issu de B.
3. Calculer le grandissement γ_1 de l'objectif.
4. Exprimer l'angle α' sous lequel est vue l'image définitive en fonction de γ_1 , f'_2 et \overline{AB} .
5. L'observation à l'œil nu de l'objet à la distance minimale de vision nette $d_m = 25 \text{ cm}$ est faite sous un angle α . Déterminer le grossissement commercial $G_C = \alpha'/\alpha$ du microscope. En déduire la puissance intrinsèque du microscope définie par le rapport $P_i = G_C/d_m$.

Exercice 4 - Latitude de mise au point d'un appareil photo : On désire photographier un individu, debout, de taille 1.80 m à l'aide d'un objectif EF 50 mm 1 : 1.2 L USM, assimilable à une lentille mince convergente (\mathcal{L}), de distance focale image fixe $f' = 50.0 \text{ mm}$, associée à un diaphragme de rayon R réglable, supposé placé dans le plan de la lentille mince. Le capteur d'image du boîtier EOS 600D est une matrice contenant 18.7 millions de pixels identiques carrés de côté a disposés dans une matrice rectangulaire de longueur 22.3 mm et de hauteur 14.9 mm . Le sujet, photographié de face, est situé à une distance D du capteur et à une distance d de la lentille (\mathcal{L}). Lorsque le photographe effectue la mise au point sur ce sujet, son image occupe toute la hauteur du capteur.

1. Déterminer numériquement les distances d , D et a .
2. La latitude de mise au point est la distance, comptée sur l'axe optique, qui sépare les deux positions extrêmes de la lentille (\mathcal{L}) entre lesquelles l'image d'un point objet formée sur le récepteur garde une netteté acceptable, c'est-à-dire ici qu'elle soit de taille inférieure à a , taille caractéristique d'un pixel.
Le nombre d'ouverture N de l'objectif est défini par la relation $N = \frac{f'}{2R}$. Pour l'objectif considéré, il est variable dans l'intervalle $[1.2 ; 16]$.
(a) Comment faire varier N en pratique ?
(b) Exprimer littéralement la latitude de mise au point en fonction de D , f' , N et a . Calculer sa valeur numérique pour les valeurs minimale et maximale de N . Commenter.

<p>Éléments de réponse :</p> <p>1 - 1. $44.3^\circ > 41.1^\circ$; 2. $i_{\ell,v-e} = 61.0^\circ$.</p> <p>2 - 1. $\sin(i_\ell) = n_\ell/n_v$; 2.</p>	$\left \begin{array}{l} n_\ell = \sqrt{n_v^2 - \sin^2(\theta)}; 3. 1.41; 4. n_{\ell,\max} = \\ n_v. \\ \mathbf{3} - 1. \overline{O_1 A} \approx -6.5 \text{ mm}; 3. \gamma_1 = -3.4; \\ 4. \alpha' \approx \gamma_1 \overline{AB}/f'_2; 5. G_c \approx 42.5, P_i = \end{array} \right.$	$\left \begin{array}{l} 170 \text{ m}^{-1}. \\ \mathbf{4} - 1. d = 6.09 \text{ m}, D = 6.14 \text{ m}, a = \\ 4.21 \mu\text{m}; 2. \approx \frac{af'}{2R} = aN. \end{array} \right.$
--	--	---

2 Interférences à deux ondes

Exercice 5 - Teinte d'une lame mince : Une goutte d'huile est déposée sur une flaque d'eau. Elle s'étale en surface et forme une mince couche dont on supposera l'épaisseur e constante. L'indice de réfraction de l'huile est $n = 1,5$, supérieur à celui de l'eau. Un observateur regarde un reflet de Soleil, en se plaçant quasiment à la verticale de cette flaque. Il observe une teinte magenta.

1. En considérant uniquement les interférences entre une onde réfléchie sur l'interface air/huile et l'autre sur l'interface huile/eau, écrire la condition d'interférence destructives, en fonction de la longueur d'onde λ_0 de la lumière dans le vide (ou dans l'air d'indice ≈ 1). *Indication :* La réflexion sur un milieu plus réfringent provoque un déphasage supplémentaire de π .
2. Expliquer alors pourquoi le reflet est coloré.
3. Sachant que le magenta est la teinte complémentaire du vert ($\lambda_0 \approx 550 \text{ nm}$), estimer l'épaisseur e minimale de la couche d'huile donnant cette teinte. Commenter.

Exercice 6 - Détermination du pas d'un réseau, mesure d'une longueur d'onde : Un réseau de pas a est un ensemble de fentes séparées de la distance a . Il est éclairé par un faisceau parallèle provenant

d'une lampe au mercure. Une onde plane est incidente sur le dispositif comme représenté sur la figure ci-dessous. En arrivant sur une fente, les rayons sont diffractés dans toutes les directions. On observe l'image à l'infini, soit dans le plan focal image d'une lentille convergente. Ainsi, on ne considère que les rayons parallèles entre eux en sortie du dispositif

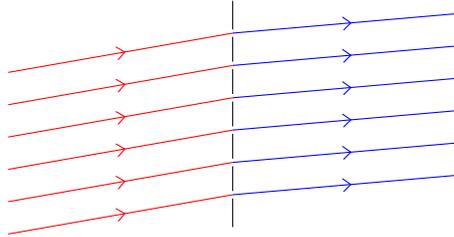


Fig. 3 – Incidence d'une onde plane sur un réseau de fentes.

1. En notant i l'angle d'incidence et θ l'angle d'observation des rayons, montrer que la différence de marche entre deux rayons vaut $\delta = a(\sin \theta - \sin i)$. Ces angles sont évidemment définis par rapport à la normale au réseau.
2. En déduire la condition d'interférence constructive.

On isole tout d'abord la raie verte de longueur d'onde $\lambda_0 = 0.5461 \mu\text{m}$. Le réseau est placé perpendiculairement au faisceau incident et l'on pointe, pour les différentes valeurs de l'ordre k du spectre, les faisceaux diffractés. On mesure la valeur centrale de l'angle. On rappelle que chaque degré est divisé en 60 minutes d'arc, notées '.

Ordre	1	2	3
θ	$17^\circ 23'$	$36^\circ 40'$	$63^\circ 39'$

3. Ces mesures permettent-elles de vérifier que le réseau est bien perpendiculaire au faisceau incident ?
4. Calculer le pas du réseau puis le nombre de traits par millimètre.
5. On éclaire maintenant le réseau avec une certaine raie bleue assez intense du spectre du mercure, de longueur d'onde inconnue λ_1 . Pour cette raie, dans le spectre du second ordre, on mesure $\theta_1 = 32^\circ 32'$. Calculer λ_1 .
6. La mesure de l'angle est précise à deux minutes d'arc près. Pour chaque ordre, en déduire sur λ_1 , en réalisant une simulation Monte Carlo.

Exercice 7 - Mesure de l'indice optique de l'air : Un laser de longueur d'onde $\lambda = 532 \text{ nm}$ placé en S éclaire une lame séparatrice (SR) qui sépare le faisceau en deux de même intensité I_0 (figure 4). Un des faisceaux suit le trajet (1), il est transmis par la lame et va directement au détecteur (D) en étant transmis par la seconde lame séparatrice. Le deuxième faisceau suit le trajet (2), il est réfléchi par la lame puis est guidé par deux miroirs plans (M) avant d'être réfléchi par une autre lame séparatrice et arrive au détecteur (D). Sur les trajets (1) et (2) sont placées deux cuves C_1 et C_2 , de longueur $\ell = 20.00 \text{ cm}$. L'expérience est réalisée dans l'air d'indice optique n_{air} .

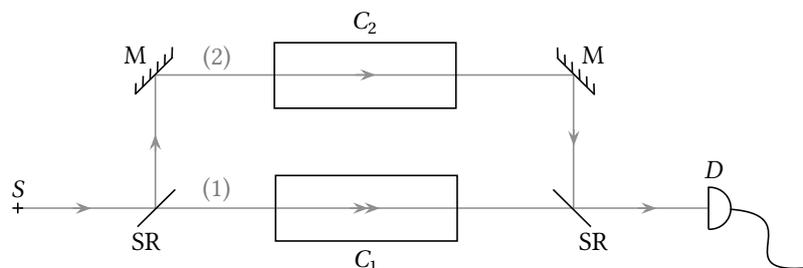


Fig. 4 – Dispositif de mesure d'indice. M : miroir plan. SR : lame séparatrice.

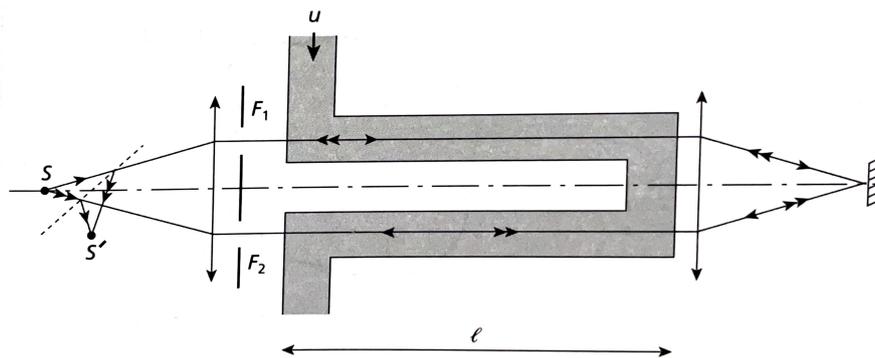
Les cuves sont initialement remplies d'air à la pression atmosphérique.

1. On constate que l'intensité mesurée par le détecteur est maximale. Que peut-on dire des chemins optiques $(SD)_{1,\text{air}}$ et $(SD)_{2,\text{air}}$ correspondant respectivement aux trajets (1) et (2) ?

2. En déduire la valeur modulo λ de la différence de marche $\delta_{D,\text{air}} = (SD)_{2,\text{air}} - (SD)_{1,\text{air}}$ entre les deux trajets lorsque les deux cuves sont remplies d'air.
On utilise une pompe pour faire le vide dans la cuve C_1 . La cuve C_2 reste remplie d'air.
3. Exprimer la variation de chemin optique $(SD)_{1,0} - (SD)_{1,\text{air}}$ sur le chemin (1) dû à mise sous vide de C_1 . L'indice « 0 » indique que la cuve C_1 est vide et l'indice « air » que la cuve C_1 est remplie d'air.
4. En déduire l'expression de la différence de marche $\delta_{D,0} = (SD)_{2,\text{air}} - (SD)_{1,0}$ en fonction de $\delta_{D,\text{air}}$, ℓ et n_{air} .
Lorsque la cuve C_1 est considérée comme vide, le détecteur a enregistré le défilement de $N = 102$ maxima d'intensité durant la phase de pompage et détecte une intensité nulle à la fin.
5. En déduire une estimation de l'indice optique de l'air.

Exercice 8 - Expérience de Fizeau : La figure ci-dessous représente le schéma de l'expérience de Fizeau réalisée en 1851 (soit 54 ans avant l'avènement de la relativité restreinte). Son premier but était de démontrer l'existence de « l'éther », support matériel hypothétique de la lumière dans les théories du 19^{ème} siècle.

S' est l'image de S et les fentes F_1 et F_2 sont finalement des trous d'Young. Soit ℓ la longueur de chaque portion de tube traversée ; ce tube coudé, fermé par des fenêtres transparentes, contient de l'eau d'indice $n = 1.3$ qu'une pompe permet d'animer d'une vitesse $u \ll c$ par rapport au laboratoire (c la vitesse de la lumière). On considère le référentiel du laboratoire comme galiléen. Par rapport au liquide, la lumière se propage à la vitesse c/n . On remarquera, sur la figure, que le rayon marqué d'une flèche se propage, dans chaque portion du tube, dans le même sens que le liquide, alors que celui marqué de deux flèches se propage en sens inverse.

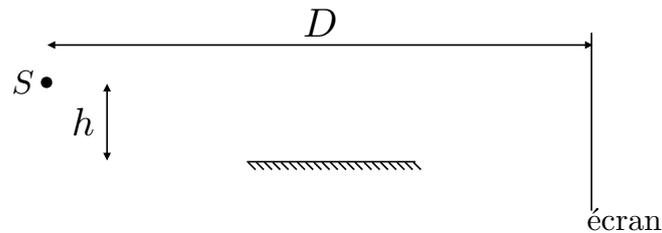


1. Calculer la différence de temps Δt des temps de parcours de la lumière sur ces deux trajets entre S et S' en adoptant la loi classique d'addition des vitesses $v_2 = v_1 + v_e$ avec v_e la vitesse d'entraînement du fluide.
2. En déduire la différence de marche correspondante.
3. Expérimentalement, pour $\ell = 1.5$ m, $u = 7$ m/s et $\lambda = 540$ nm, Fizeau a mesuré un déplacement de 0.23 ± 0.05 interfranges entre le fluide au repos et le fluide en mouvement. Conclure.
4. Un des premiers résultats de la théorie restreinte a été d'expliquer le résultat de cette expérience. Cette théorie prévoit que la composition des vitesses vaut $v_2 = \frac{v_1 + v_e}{1 + v_1 v_e / c^2}$. Refaire le raisonnement précédent et conclure.

<p>Éléments de réponse :</p> <p>5 - 1. $\lambda_0 = \frac{2ne}{p}$; 3. $e = 180$ nm.</p>	<p>6 - 2. $1.83 \mu\text{m}$; 3. 491 nm. 7 - 4. $\delta_{D,0} = \delta_{D,\text{air}} + (n_{\text{air}} - 1)\ell$; 5. 1.00027.</p>	<p>8 - 1. $\Delta t = \frac{4\ell un^2}{c^2}$; 2. $\delta = c \frac{4\ell un^2}{c^2}$; 3. 0.46 ; 4. L'ordre vaut $\frac{4\ell un^2}{c\lambda} \left(1 - \frac{1}{n^2}\right)$.</p>
--	--	--

3 Fentes et trous d'Young

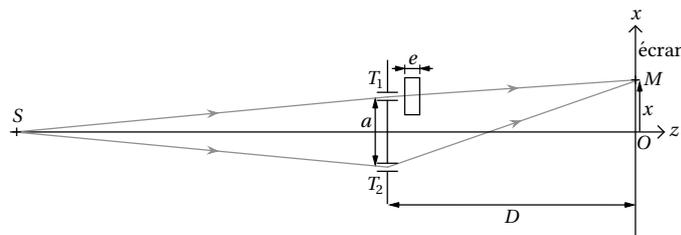
Exercice 9 - Miroir de Lloyd : On place une source S monochromatique et un miroir de Lloyd comme sur la figure ci-dessous.



La distance entre la source S et l'écran est D et la distance entre S et le plan contenant la surface du miroir est h .

- Déterminer l'interfrange des franges observées sur l'écran. Faire l'application numérique avec $\lambda = 0.5 \mu\text{m}$, $h = 1 \text{ mm}$ et $D = 4 \text{ m}$.
- On donne la largeur du miroir $l = 10 \text{ cm}$ et la distance du bord droit du miroir à l'écran, $d = 380 \text{ cm}$. Déterminer numériquement le nombre de franges que l'on peut observer sur l'écran.

Exercice 10 - Mesure de l'épaisseur d'une lame de verre : On considère un dispositif de trous de Young composé de deux trous T_1 et T_2 séparés d'une distance $a = 100 \mu\text{m}$. Ce dispositif est éclairé par une source ponctuelle S monochromatique de longueur d'onde $\lambda = 532 \text{ nm}$ située sur l'axe optique. La figure d'interférence est observée sur un écran situé à une distance $D = 1.00 \text{ m}$ du plan des trous. Une lame de verre à faces parallèles d'épaisseur e inconnue et d'indice $n_v = 1.57$ est positionnée en sortie du trou T_1 . L'indice optique de l'air est supposé égal à 1. Dans toute la suite, on se place dans l'approximation paraxiale $x, a \ll D$ et on suppose que $e \ll D$ si bien qu'en première approximation, on considère que le rayon lumineux traverse la lame perpendiculairement à ses faces.



- Montrer que la différence de marche δ_M en un point M de l'écran s'écrit $\delta_M = \frac{ax}{D} - (n_v - 1)e$.
- Déterminer la position x_c sur l'écran de la frange centrale correspondant à $\delta_M = 0$. De quelle distance s'est déplacée cette frange par rapport au cas où la lame est absente ?
- Exprimer l'épaisseur e de la lame en fonction de x_c , a , n_v et D .
- Calculer e pour $x_c = 28.5 \text{ cm}$.
- Expliquer pourquoi en réalité la position de la frange centrale ne peut être connue que modulo l'interfrange i . Qu'est-ce que cela implique sur e ? L'expérience vous paraît-elle réalisable ?

Exercice 11 - Étoiles et fentes d'Young : On considère deux étoiles à l'infini faisant entre elles un angle α très faible, de même éclairement E_0 , de même longueur d'onde. La lumière est diffractée par deux fentes S_1 et S_2 identiques, distantes de a et très fines. Un écran est placé dans le plan focal d'une lentille convergente de distance focale f' située après les fentes d'Young. Le dispositif de Michelson et Pease permet de faire varier la distance a .

- Faire un schéma du problème.
- Calculer l'éclairement dû à chaque étoile en un point M de l'écran puis en déduire l'éclairement total.
- Déterminer le contraste de la figure d'interférences et en déduire pour quelles valeurs de a on observe le brouillage de la figure d'interférences.
- Dans le cas de Capella, pour $\lambda_0 = 635 \text{ nm}$, la plus petite valeur de a annulant le contraste vaut 116.5 cm . En déduire l'écart angulaire α entre les deux étoiles du système.

Exercice 12 - Source à spectre rectangulaire : Considérons une source lumineuse théorique émettant un spectre lumineux dont les fréquences sont strictement comprises entre ν_1 et ν_2 . Cette distribution est uniforme. Elle éclaire deux trous de Young séparés de la distance a qui éclairent un écran situé à la distance D des sources et parallèle au plan de celle-ci. Un point M de l'écran est repéré par la différence de marche δ des deux ondes passant par chacun des trous arrivant en M .

L'intensité lumineuse reçue au point M sur fonction de la différence de marche δ vaut

$$I(\delta) = \int_{\text{Tout le spectre}} dI(\delta, \nu) = A \int_{\nu_1}^{\nu_2} \left(1 + \cos \left(\frac{2\pi\delta}{c} \nu \right) \right) d\nu .$$

1. Justifier cette relation.
2. Montrer que cette intensité peut s'écrire

$$I(\delta) = I_0 \left(1 + C(v) \cos \left(\frac{2\pi\delta}{\lambda_m} \right) \right)$$

avec I_0 , v , $C(v)$ et λ_m à définir.

3. Retrouver le critère semi-qualitatif de brouillage spectral.
4. Pourquoi cette modélisation n'est pas compatible avec l'interprétation de la longueur de cohérence.

Exercice 13 - Numérique - Source lorentzienne : Considérons une source lumineuse dont la densité spectrale est proportionnelle à une courbe lorentzienne, soit

$$\Phi(\nu, \nu_0, G) = \frac{G}{(\nu - \nu_0)^2 + G^2} .$$

Cet élargissement apparaît naturellement pour les sources à cause du principe d'incertitude d'Heisenberg (qui élargit les niveaux d'énergie) et, de façon similaire, à cause des collisions entre les atomes qui perturbent le processus d'émission. Pour ce type de profil spectral, on néglige en particulier les effets Doppler dus au mouvement des atomes dans le gaz composant la source spectrale.

1. Montrer algébriquement que, à ν_0 fixé, la largeur à mi-hauteur de la courbe est donnée par $\Delta\nu = 2G$ puis tracer Φ .

Cette source lumineuse éclaire deux trous de Young séparés de la distance a qui éclairent un écran situé à la distance D des sources et parallèle au plan de celle-ci. Un point M de l'écran est repéré par la différence de marche δ des deux ondes passant par chacun des trous arrivant en M .

On admet que l'intensité lumineuse reçue au point M sur fonction de la différence de marche δ vaut

$$I(\delta) = \int_0^{+\infty} dI(\delta) = I_0 \int_0^{+\infty} \left(1 + \cos \frac{2\pi\delta}{c} \nu \right) \tilde{\Phi}(\nu) d\nu$$

avec $\tilde{\Phi}$ la fonction de Lorentz normalisée, centrée autour de ν_0 et de largeur à mi-hauteur $\Delta\nu$ fixée.

2. Justifier que, numériquement, cette intégrale puisse s'approximer par la somme

$$\frac{I(\delta)}{I_0} \approx \frac{1}{\sum_{i=1}^N \Phi(\nu_i, \nu_0, \Delta\nu/2)} \sum_{i=1}^N \left(1 + \cos \frac{2\pi\delta}{c} \nu_i \right) \Phi(\nu_i, \nu_0, \Delta\nu/2)$$

avec ν_i des fréquences uniformément répartie entre deux valeurs arbitraires dont on précisera le critère de sélection.

3. Calculer puis tracer numériquement en fonction de la différence de marche δ l'intensité d'une source de fréquence $\nu_0 = 6 \times 10^{14}$ Hz et de largeur à mi-hauteur $\Delta\nu = 6 \times 10^{13}$ Hz.
4. Est-ce que le critère qualitatif du cours de brouillage est vérifié ?

<p>Éléments de réponse :</p> <p>9 - 1. $i = 1$ mm ; 2. 20 franges.</p> <p>10 - 2. $x_c = (n_v - 1)eD/a$; 3. $e =$</p>	<p>$\frac{ax_c}{D(n_v - 1)}$; 4. $e = 50.0 \mu\text{m}$.</p> <p>11 - 3. Contraste $C = \cos(\pi a \alpha / \lambda)$.</p>	<p>12 - 2. $I_0 = A(\nu_2 - \nu_1)$, $\lambda_m = \frac{2c}{\nu_1 + \nu_2}$,</p> <p>$C(v) = \frac{\sin v}{v}$ et $v = \frac{\pi\delta}{c}(\nu_2 - \nu_1)$.</p>
--	---	--

4 Interféromètre de Michelson

Exercice 14 - Détermination de l'indice de l'air : On prend un interféromètre de Michelson réglé en coin d'air. On note α l'angle (très faible) entre les deux miroirs. La source de lumière est un laser de longueur d'onde $\lambda = 632.8$ nm en incidence normale.

On note n l'indice de l'air et μ sa masse volumique. L'air supposé parfait suit la loi de Gladstone $(n-1)/\mu = \text{Cste}$. La pression atmosphérique vaut 1013 hPa. Sur le trajet de l'un des faisceaux, on interpose une cuve à faces parallèles d'épaisseur $e = 10$ mm. Avec une pompe à main, on abaisse la pression de 700 mbar. Avec une vis, on fait rentrer progressivement de l'air à température ambiante. On mesure 6 franges qui défilent en un point de l'écran.

1. Réaliser un schéma du dispositif.
2. Calculer la différence de marche sans la cuve et avec la cuve.
3. En déduire l'indice de l'air à 1013 hPa. La valeur tabulée étant 1.000 277 à température ambiante, conclure sur la mesure.

Exercice 15 - Interfranges en coin d'air : Un interféromètre de Michelson est réglé pour donner les franges du coin d'air, la différence de marche au centre des miroirs est nulle. La source est monochromatique de longueur d'onde dans le vide $\lambda_0 = 0.5893$ μm .

On souhaite opérer sous incidence quasi-normale et observer les franges dans un écran E . On dispose pour cela de deux lentilles convergentes L_1 et L_2 de même distance focale $f' = 0.20$ m.

1. Faire un schéma permettant d'observer les interférences sur l'écran.
2. L'écran E est placé à $D = 1$ m de la lentille L_2 . L'interfrange mesurée sur l'écran est $i = 5$ mm. Calculer l'angle α du coin d'air.
3. Comment peut-on s'assurer que la différence de marche est nulle au centre ?

Exercice 16 - Mesures de longueurs d'onde à l'aide d'un interféromètre de Michelson : On règle un interféromètre de Michelson de sorte que les deux miroirs M_1 et M_2 soient rigoureusement orthogonaux entre eux. L'image M_2' est alors rigoureusement parallèle à M_1 .

Le miroir M_2 est monté sur un chariot permettant de le déplacer parallèlement à lui-même ; la position de ce chariot est repérée par son abscisse x comptée à partir d'une origine arbitraire. Cette abscisse augmente lorsque le miroir s'éloigne de la séparatrice.

Les centres des miroirs sont supposés confondus pour la valeur x_0 de x . On dit que les miroirs sont en contact optique. La position du chariot est repérée avec une précision Δx de l'ordre de $1/500$ mm en interpolant au mieux la lecture de la graduation d'un tambour.

L'ensemble est éclairé par une source S supposée assez large pour que des rayons de différentes inclinaisons pénètrent dans l'interféromètre. Au besoin, on intercale une lentille convergente entre S et l'interféromètre.

À la sortie, on dispose une lentille convergente L et on enregistre l'intensité lumineuse grâce à un détecteur placé au foyer F' de cette lentille, détecteur dont l'entrée est limitée par un diaphragme de très petite dimension.

Enfin, l'indice de l'air est ici assimilé à celui du vide.

1. Quel type de franges obtient-on avec ce réglage de l'interféromètre ?
2. Quelle est, en fonction de x et x_0 , la différence de marche δ des rayons qui interfèrent en F' ?
3. La source S est monochromatique ; sa longueur d'onde dans le vide est notée λ_0 . On part de $x = x_0$ (l'intensité lumineuse en F' est alors maximale) et on augmente progressivement x ; l'intensité lumineuse en F' passe alors par des maxima et des minima.
 - (a) Montrer que cette intensité se met sous la forme $I(\delta) = I_0(1 + f_1(\delta))$ et expliciter $f_1(\delta)$.
 - (b) La source S est une lampe à vapeur de mercure dont la raie verte est isolée grâce à un filtre. La valeur de x correspondant à l'épaisseur nulle est $x_0 = 30.255$ mm. En déplaçant le chariot jusqu'à $x_1 = 30.803$ mm, on voit apparaître successivement 2000 maxima lumineux en F' , extrémités comprises. On précise que la position de F' correspond à un maximum ? En déduire la longueur d'onde de cette raie verte et évaluer l'incertitude-type de celle-ci. Est-ce compatible avec la valeur tabulée de $\lambda = 546.1$ nm ?

On reprend le montage précédent en changeant la source S . Elle correspond maintenant à un doublet, c'est-à-dire à deux raies spectrales de longueurs d'ondes voisines notées λ_1 et $\lambda_1 + \Delta\lambda$ avec $\Delta\lambda \ll \lambda$. Ces deux raies - les deux composantes du doublet - ont même intensité.

4. Montrer que l'intensité lumineuse en F' est de la forme $I(\delta) = I_0(1 + C(\delta)f_2(\delta))$. Donner les expressions des fonctions C et f_2 . En déduire l'existence de deux périodes en δ que l'on notera a_1 et a_2 avec $a_2 \gg a_1$.

- Montrer que le contraste s'annule pour certains valeurs de x_m de x que l'on précisera.
- La première annulation du contraste se fait pour $x = 30.295$ mm. En déduire l'écart $\Delta\lambda$ et évaluer l'incertitude-type de celui-ci.

On opère avec le doublet jaune du mercure dont la longueur d'onde moyenne est $0.578 \mu\text{m}$ a été mesurée avec la méthode des questions précédentes. La valeur x_0 correspondant à l'épaisseur nulle est toujours $x_0 = 30.255$ mm.

En déplaçant le chariot dans un sens ou dans l'autre à partir de x_0 , on note les valeurs x_m de x correspondant à un contraste nul.

m	- 7	- 6	- 5	- 4	- 3	- 2	- 1
x (mm)	29.735	29.815	29.890	29.972	30.050	30.130	30.210
m	0	1	2	3	4	5	6
x (mm)	30.295	30.375	30.447	30.533	30.615	30.683	30.762

- En utilisant cette fois toutes les données, en déduire l'écart $\Delta\lambda$ et évaluer l'incertitude-type de celui-ci. Est-ce compatible avec la valeur tabulée de $\Delta\lambda = 2.1065$ nm ?

Exercice 17 - Interférences en lumière blanche : On règle un interféromètre de Michelson de sorte que les deux miroirs M_1 et M_2 soient rigoureusement orthogonaux entre eux. L'image M'_2 est alors rigoureusement parallèle à M_1 .

Le miroir M_2 est monté sur un chariot permettant de le déplacer parallèlement à lui-même ; la position de ce chariot est repérée par son abscisse x comptée à partir d'une origine arbitraire. Cette abscisse augmente lorsque le miroir s'éloigne de la séparatrice.

À la sortie, on dispose une lentille convergente L et on enregistre l'intensité lumineuse grâce à un détecteur placé au foyer F' de cette lentille, détecteur dont l'entrée est limitée par un diaphragme de très petite dimension. L'indice de l'air est ici assimilé à celui du vide.

L'ensemble est éclairé par une source S supposée assez large pour que des rayons de différentes inclinaisons pénètrent dans l'interféromètre. Au besoin, on intercale une lentille convergente entre S et l'interféromètre. La source émet de manière uniforme dans un intervalle de fréquence (ν_1, ν_2) . L'intensité émise dans une bande élémentaire de largeur $d\nu$ appartenant à cet intervalle est proportionnelle à $d\nu$. Chaque bande élémentaire est incohérente avec les autres.

- Montrer que l'intensité totale en F' peut se mettre sous la forme $I(\delta) = I_0(1 + f(\delta))$ avec f une fonction que l'on précisera.

Cette source est en fait une source de lumière blanche ; les longueurs d'onde qui limitent le spectre sont 400 nm et 650 nm.

- Tracer I/I_0 en fonction de δ , celui ci variant entre $-2 \mu\text{m}$ et $+2 \mu\text{m}$.
- En déduire une méthode de réglage de l'interféromètre en épaisseur nulle.

On fixe la différence de marche δ à une valeur supérieure à $2 \mu\text{m}$.

- Qu'observe-t-on en F' ?

On place derrière F' un spectroscopie dont F' constitue la fente d'entrée.

- Montrer que l'on obtient un spectre cannelé et évaluer le nombre N de bandes sombres visibles en fonction de δ .
- Comment utiliser cette mesure pour s'approcher du contact optique ?

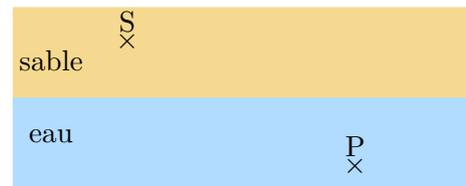
<p>Éléments de réponse :</p> <p>14 - 2. Avec cuve $\delta = 2n\alpha x \pm 2\Delta ne$; 3. 1.000 274.</p> <p>15 - 2. 2.36×10^{-4} rad.</p>	$\left \begin{array}{l} \mathbf{16} - 2. \delta = 2(x - x_0); 3. (548.0 \pm 1.6) \text{ nm}; \\ 4. a_1 = \lambda, a_2 = \frac{2\lambda^2}{\Delta\lambda}; 5. x_m = \\ \frac{2m+1}{4} \frac{\lambda^2}{\Delta\lambda} + x_0 \text{ avec } m \in \mathbb{Z}; 6. \end{array} \right.$	$\Delta\lambda = (2.088 \pm 0.085) \times 10^{-9} \text{ m}; 7. \Delta\lambda = (2.074 \pm 0.020) \times 10^{-9} \text{ m}.$ $\mathbf{17} - 5. \frac{\delta \lambda_1 - \lambda_2 }{\lambda_1\lambda_2}.$
--	---	--

5 Pour aller plus loin : Principe de Fermat

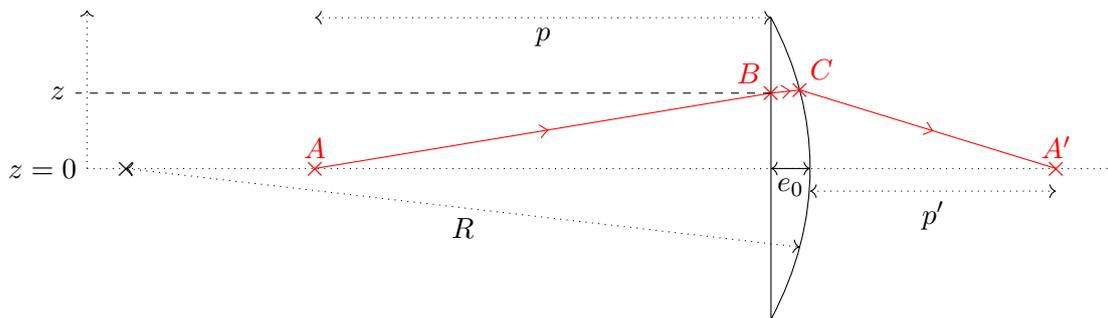
Exercice 18 - Principe de moindre temps :

Sur la plage, un sauveteur S aperçoit dans l'eau une personne en détresse P. Sur la plage, il court à la vitesse v_s et nage à la vitesse $v_e < v_s$.

1. Quel chemin doit-il emprunter pour sauver de la noyade au plus vite le nageur en détresse ?
2. Quel est le lien avec la seconde loi de Descartes ?



Exercice 19 - Principe de Fermat et lentille mince : Considérons une lentille mince convergente taillée dans un bloc de verre. La face exposée à l'objet est plane tandis que l'autre est sphérique de rayon R . On note e_0 l'épaisseur de la lentille sur son axe de révolution et on suppose que $e_0 \ll R$. On prend $n_{\text{air}} = 1$.



On se place dans les conditions de Gauss.

1. Montrer que l'épaisseur $e(z)$ de la lentille à la hauteur z peut d'approximer, dans les conditions de Gauss, par $e(z) \approx e_0 - \frac{z^2}{2R}$.

Soit un point objet A conjugué d'un point image A' . On note p la distance entre A et le dioptré d'entrée de la lentille et p' la distance entre A' et le dioptré sphérique de sortie de la lentille.

2. Justifier que $(BC) \approx ne(z)$.
3. Montrer que, dans le cadre de l'approximation de Gauss, le chemin optique du rayon incident avant la lentille vaut

$$(AB) = p + \frac{z^2}{2p} .$$

4. Montrer que, dans le cadre de l'approximation de Gauss, le chemin optique du rayon émergent après la lentille vaut

$$(CA') = p' + e_0 - e(z) + \frac{z^2}{2p'} .$$

5. En appliquant le principe de Fermat, retrouver la relation de conjugaison d'une lentille mince et en déduire la distance focale de la lentille en fonction de R .

Éléments de réponse :

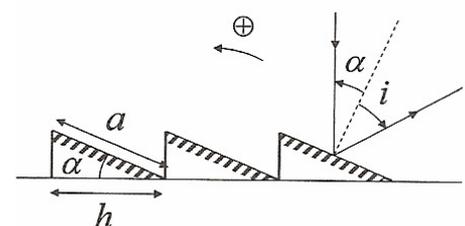
18 - 1. $v_e \sin \theta_s = v_s \sin \theta_e$.

19 - 5. $f' = \frac{R}{n-1}$.

6 Pour aller encore plus loin : interférences à N ondes

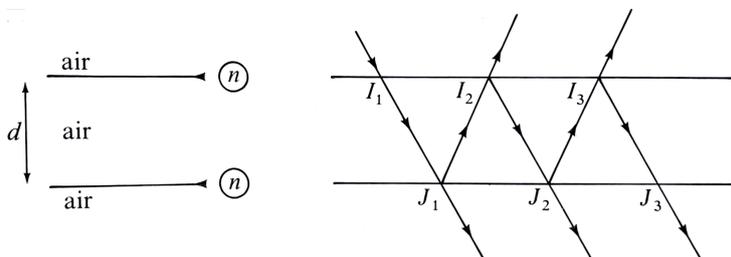
Exercice 20 - Réseau à échelottes : De petits miroirs (ou facettes) en nombre N important, de longueur a , sont inclinés sur le plan d'un réseau par réflexion d'un angle α (le pas est $h = a \cos \alpha$). Un faisceau lumineux de longueur d'onde λ arrive normalement au plan du réseau.

1. Calculer le déphasage $\Delta\varphi$ entre les différents rayons.
2. En déduire l'intensité lumineuse observée dans la direction i .
3. En réalité, cette intensité est modulée par la diffraction, l'intensité maximale est observée dans la direction de l'image géométrique. Indiquer l'ordre d'interférence dans cette direction.
4. Quel est l'intérêt de ce réseau par rapport au réseau constitué de fentes ?



Exercice 21 - Interféromètre de Fabry et Pérot : Un interféromètre de Fabry et Pérot est constitué par une lame à faces parallèles d'air (d'indice 1), d'épaisseur d , emprisonnée entre deux lames de verre d'indice n , dont on négligera ici l'épaisseur, et dont les faces qui sont en contact avec la lame d'air sont traitées optiquement (cf figure ci-dessous).

On éclaire la lame par une source monochromatique de longueur d'onde λ , à l'aide d'un condenseur, afin d'obtenir tous les angles d'incidence possibles. Un rayon incident SI_1 donne naissance aux différents rayons indiqués sur la figure ci-dessous.



On appelle r le facteur de réflexion relatif aux amplitudes des interfaces air-verre, et $\rho = r^2$ le facteur de réflexion relatif au flux d'énergie de chacune de ces surfaces. Dans l'interféromètre de Fabry et Pérot, un traitement optique des surfaces permet de donner à ρ une valeur quelconque comprise entre 0 et 1.

On s'intéresse aux phénomènes d'interférences par transmission. On appelle φ la différence de phase entre deux rayons consécutifs transmis dans la direction i .

1. Montrer que $\varphi = \frac{2\pi}{\lambda} 2d \cos i$.
2. Montrer que l'intensité dans la direction i peut se mettre sous la forme $I(i) = \frac{I_M}{1 + a \sin^2\left(\frac{\varphi}{2}\right)}$ où a s'exprime en fonction de ρ . Que représente I_M ?
3. On appelle facteur de contraste l'expression $C = \frac{I_M - I_m}{I_M + I_m}$. Donner son expression en fonction de ρ .

Comment doit-on le choisir si l'on désire obtenir des franges lumineuses fines sur fond obscur ?

L'interféromètre a une épaisseur $d = 1$ cm ; on recueille les rayons émergents au moyen d'une lentille convergente de distance focale $f' = 1$ m, et on observe les anneaux dans le plan focal de celle-ci ; la lampe émet la radiation $\lambda = 0.4427 \mu\text{m}$. On pose $p_0 = \frac{2d}{\lambda_0}$ l'ordre au centre de la figure que l'on supposera entier.

4. Calculer les rayons des anneaux en fonction de leur numéro $j = |p_0 - k|$.

Soit un atome émettant une raie de fréquence ν . Si l'on soumet cet atome à un champ magnétique \vec{B} uniforme et constant, on peut observer, dans une certaine direction perpendiculaire à celle du champ magnétique, trois radiations de fréquences $\nu - \Delta\nu$, ν et $\nu + \Delta\nu$ où $\Delta\nu$ est donné par $\Delta\nu = \frac{eB}{4\pi m}$ où e désigne la valeur absolue de la charge de l'électron, m sa masse. Dans la pratique, on a $\Delta\nu \ll \nu$.

Pour chaque ordre, on observe alors non plus un, mais trois anneaux de rayon $R - \Delta R$, R et $R + \Delta R$. Pour un champ magnétique $B = 0.1$ T, on mesure les résultats regroupés dans le tableau suivant, k étant l'ordre d'interférence.

Ordre k	1	2	3	4	5
$R + \Delta R$ (mm)	6.81	9.41	11.44	13.15	14.67
R (mm)	6.50	9.19	11.26	13.00	14.54
$R - \Delta R$ (mm)	6.20	8.98	11.09	12.85	14.40

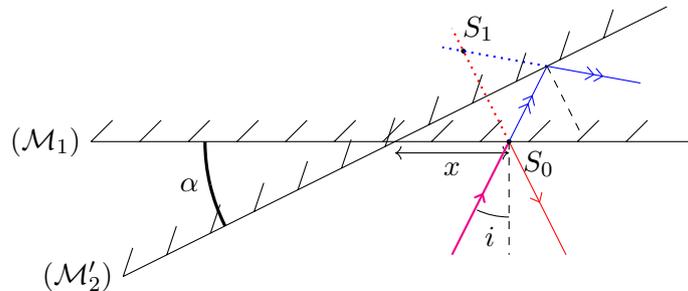
5. Les longueurs d'onde $\lambda - \Delta\lambda$, λ et $\lambda + \Delta\lambda$ étant très voisines, l'ordre d'interférence est le même pour ces trois anneaux. En déduire que $i\Delta i \approx \frac{\Delta\lambda}{\lambda}$ puis que $\frac{R\Delta R}{f'^2} \approx \frac{\Delta\lambda}{\lambda}$.
6. En déduire le rapport $\frac{e}{m}$ dont on donnera la valeur numérique ainsi que son incertitude-type.

On rappelle que $e = 1.602\,176\,634 \times 10^{-19}$ C par définition et $m \approx 9.1094 \times 10^{-31}$ kg.

<p>Éléments de réponse :</p> <p>20 - 1. $\delta = h \sin(i - \alpha)$; 3. $i = -\alpha$.</p>	<p>21 - 2. $I_M = \frac{a_0^2}{2(1-\rho^2)^2}$ et $a = \frac{4\rho}{(1-\rho)^2}$;</p>	<p>3. $C = \frac{2\rho}{1+\rho^2}$; 4. $R_j = f' \sqrt{\frac{j\lambda}{d}}$; 6. $\frac{e}{m} = (1.754 \pm 0.016) \times 10^{11}$ C/kg.</p>
--	---	---

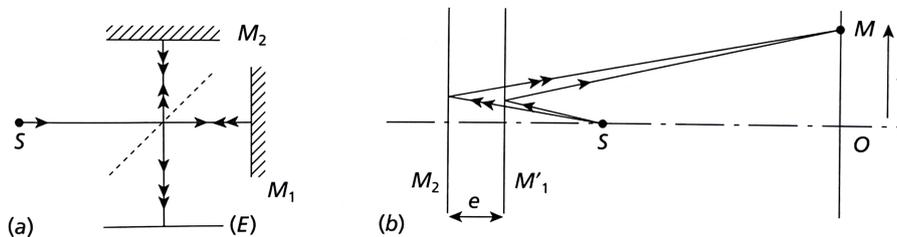
7 Pour aller toujours plus loin...

Exercice 22 - Différence de marche de l'interféromètre de Michelson en coin d'air en incidence non nulle : On souhaite dans cet exercice déterminer la différence de marche de l'interféromètre de Michelson en coin d'air en incidence non nulle. On rappelle le schéma ainsi que les notations ci-dessous.



1. Justifier les que les interférences les mieux contrastées sont situées au point S_1 .
2. Justifier que la différence de marche δ en S_1 vaut exactement (S_1S_0) .
3. Justifier que $\delta = 2x \frac{\sin \alpha}{\cos(\alpha - i)}$. Est-ce justifié de négliger i au voisinage de l'incidence normale ?

Exercice 23 - Interféromètre de Michelson éclairé par une source à distance finie : On règle un interféromètre de Michelson de façon à rendre les miroirs rigoureusement perpendiculaires. L'interféromètre est éclairé par une source ponctuelle S monochromatique de longueur d'onde λ_0 . Les franges sont observées sur un écran (E) parallèle au miroir M_2 . On sait que le montage est alors rigoureusement équivalent à celui de la figure (b) (lame d'air à faces parallèles), figure où les paramètres géométriques sont précisés.



Soit e l'épaisseur de la lame d'air, e est réglable par le déplacement du chariot sur lequel est monté M_1 . On suppose $e \ll d = SM'_1$ et $e \ll D = M'_1O$.

Soit O la projection de S sur l'écran (E) . On se propose de calculer la différence de marche entre les rayons issus de S et qui interfèrent en un point M de (E) tel que $OM = x$ en se limitant aux rayons peu inclinés sur l'axe OS .

1. Montrer que cette différence de marche est raisonnablement approximé dans le cadre des hypothèses précédentes par

$$\delta = 2e \left(1 - \frac{x^2}{2(D+d)^2} \right).$$

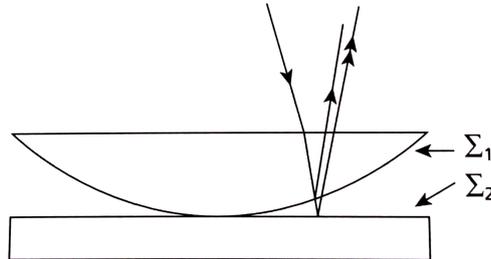
Quelle est la forme des franges d'interférences dans le plan (E) ?

2. On suppose que $2e = p_0 \lambda_0$ où p_0 est un entier. Qu'observe-t-on en O ?
3. Lorsque l'on s'éloigne de O , on observe un anneau sombre, puis un premier anneau brillant, puis une alternance d'anneaux sombres et brillants. Quel est l'ordre d'interférence p correspondant à l'anneau brillant numéro m ? Exprimer le rayon x_m de cet anneau en fonction de D , d , λ_0 , e et m .

On remplace la source ponctuelle S par un petit disque de rayon h centré sur S et perpendiculaire à OS .

4. À quelle condition sur h peut-on observer les dix premiers anneaux ? Donner la valeur numérique qualitative avec $e = 1 \text{ mm}$, $D + d = 1 \text{ m}$ et $\lambda_0 = 0.5 \mu\text{m}$.
5. Montrer que, si D tend vers l'infini, on peut remplacer la source ponctuelle du début par une source large. Comment réaliser cela dans la pratique ?

Exercice 24 - Anneaux de Newton : Un dispositif très simple, dû à Newton, permet d'obtenir une lame d'air d'épaisseur variable. Une lentille de très grand rayon est accolée à une lame plane de verre elle-même très bien polie.



On observe les interférences se produisant sous incidence quasi-normale entre les rayons réfléchis d'une part sur la face convexe de rayon de courbure R d'une lentille, d'autre part sur la face plane de la lame de verre sur laquelle cette lentille prend appui. Le dispositif est éclairé en lumière monochromatique de longueur d'onde dans le vide λ_0

1. En déduire, à partir du théorème de localisation, le lieu des interférences.
2. Montrer que la différence de marche vaut approximativement $\frac{x^2}{R}$ avec x la distance mesurée par rapport au point de contact lentille/plan.
3. On admet qu'il est nécessaire de rajouter $\lambda_0/2$ à la différence de marche pour tenir compte de la réflexion d'un milieu moins réfringent sur un milieu plus réfringent. En déduire la loi donnant le rayon x_k des anneaux sombres comptés à partir du centre la figure.
4. Un viseur muni d'une vis micrométrique permet la mesure des rayons des anneaux sombres en lumière du sodium ($\lambda_0 = 0.5893 \mu\text{m}$). On obtient $x_{10} = 1.39 \text{ cm}$, $x_{20} = 1.99 \text{ cm}$ et $x_{30} = 2.42 \text{ cm}$. En déduire le rayon de courbure R de cette face de la lentille.
5. Quelle est l'allure de la figure si on éclaire en lumière blanche ? Où peut-on voir ce phénomène dans la vie quotidienne ?

Éléments de réponse : $23 - 3. p_m = p_0 - m, x_m = (d + D)\sqrt{\lambda_0 m/e}$; 4. h inférieur à quelques millimètres. $24 - 3. x_k = \sqrt{k\lambda_0 R}$; 4. $(33.20 \pm 0.22) \text{ cm}$.